

Olimpiada de matematică – clasa a V-a
etapa zonală – 11 februarie 2012

1. Fie numerele $a = 3^{44} - 2 \cdot 3^{43} - 2 \cdot 3^{42}$ și $b = \underbrace{[(2^{20} + 2^{20} + \dots + 2^{20})]}_{de\ 16\ ori} \cdot 2^{25}$]^{2012^0}

- Să se arate că a este cub perfect, iar b este pătrat perfect;
- Să se compare a cu b .

2. Fie mulțimile:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x \leq 4, x \mid x^x\},$$

$$B = \{y \mid y \in \mathbb{N}^*, y < 5, y \mid 2^y\},$$

$$C = \{z \mid z \in \mathbb{N}^*, z < 3, z \mid z + 2^z\}.$$

Să se determine mulțimile A , B și C și să se arate că:

$$(A - B) \cup (A \cap B) = (A - C) \cup B.$$

3. Fie următoarea sumă:

$$S = 1 + 4 \cdot 9 + 16 \cdot 25 \cdot 36 + 49 \cdot 64 \cdot 81 \cdot 100 + \dots + 56^2 \cdot 57^2 \cdot \dots \cdot 66^2.$$

- Câți termeni are suma S ?
- Numărul S este par sau impar?
- Numărul S este sau nu pătrat perfect?

4. Împărțind numărul \overline{ab} cu numărul \overline{ba} obținem câtul 3 și restul 5. Aflați acest număr.

5. Ana și Alex vor să se joace cu un set de cartonașe pătratice de mărimi identice de două culori (roșii și albe). Jocul constă în așezarea cartonașelor astfel încât pe masă să fie de fiecare dată un pătrat. Astfel Ana pune un cartonaș roșu, formând primul pătrat; apoi Alex pune în jurul acestuia 8 cartonașe albe, formând un al doilea pătrat. Ana pune 16 cartonașe roșii în jurul acestora, formând al treilea pătrat ș. a. m. d.

- De câte cartonașe are nevoie Ana pentru a forma al cincilea pătrat?
- Câte cartonașe sunt în set, dacă copiii au construit 13 pătrate? (nerămânându-le niciun cartonaș)

Szasz Diana (1, 4, 5), Nagy Zsigmond (2, 3)